

ALTERNATIVAS AL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL EN EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE DISTRIBUCIÓN.

Pérez García, Rafael¹; Benjamín Lara Ledesma¹, Joaquín Izquierdo Sebastián¹,
y Fco. Javier Martínez Solano¹

RESUMEN: Se presenta un planteamiento de diseño óptimo de redes de distribución mediante el modelo de Programación Lineal, y se muestra su equivalencia operativa con el método discontinuo de Labye o con el uso del criterio de mejora de soluciones utilizando el concepto de Pendiente Económica. El manejo de la Pendiente Económica permite mejorar considerablemente el uso de la memoria y el tiempo de cálculo.

ABSTRACT: An scheme on the optimal design of water distribution networks is presented. It is based in a model of Linear Programming, and it is shown its equivalence with the discontinuous method of Labye or with the use of the approach of improvement of solutions using the concept of Economic Slope. The handling of the Economic Slope allows improving the use of the memory and the time of calculation considerably.

PALABRAS CLAVES: *Diseño óptimo, Redes de distribución de agua, Programación Lineal*

KEYWORDS: *Optimal design, Water distribution networks, Linear Programming*

¹ Grupo Multidisciplinar de Modelación de Fluidos, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022-Valencia (España), Telefono +34 96 387 98 90; Fax +34 96 387 79 81.
Email: rperez@gmmf.upv.es, blarale@hotmail.com; jizquier@gmmf.upv.es; jmsolano@gmmf.upv.es

INTRODUCCIÓN

El diseño económico de redes de distribución de agua guarda una fuerte relación con los modelos de Programación Matemática, debido a que, ante un problema de diseño, podemos encontrar infinitas soluciones funcionalmente válidas. El objetivo de minimizar los costes del sistema nos permite seleccionar una opción concreta de entre las infinitas posibilidades.

Dentro de las distintas posibilidades con las que puede plantearse el problema, el modelo de Programación Lineal ha sido una de las opciones más destacadas, debido fundamentalmente a dos factores: por una parte, existe una amplia oferta de software estándar para la resolución de problemas de PL y por otra, hay que destacar que la aplicación del modelo lineal en los problemas de diseño no es fruto de ninguna aproximación, sino solamente de cambiar las variables de decisión del problema.

La aplicación de modelos de PL al diseño de redes cuenta con una larga tradición en la bibliografía, desde Karmeli *et al.* (1968), si bien podemos citar como antecedentes los trabajos de Garton (1960) y el método discontinuo de Labye (1966). Inicialmente el modelo de PL se utilizó en problemas de diseño de redes ramificadas, en las que los caudales circulantes estaban determinados *a priori*, pero con el tiempo también se ha empleado en el diseño de redes malladas, utilizando planteamientos iterativos combinados de análisis de caudales y diseño mediante PL (Calhoun; Alperovits y Shamir).

El modelo de PL es un tipo de formulación en diámetros discretos, puesto que para el dimensionado de las tuberías de la red se considera un conjunto discreto de diámetros, que habitualmente corresponderán a los diámetros estándar disponibles comercialmente, y esta es precisamente la característica más interesante de dicha formulación, porque permite obtener una solución definitiva de proyecto, sin necesidad de hacer intervenir una etapa de normalización de los diámetros.

A pesar de esta característica, se trata de una formulación de tipo continuo, ya que las variables de decisión que intervienen en el problema de optimización son las longitudes parciales de cada posible diámetro comercial que forma parte de cada una de las líneas de la red, y ocasionalmente, la altura de bombeo de la estación elevadora en cabecera.

El principal inconveniente que presenta es operacional, puesto que, como veremos en el epígrafe correspondiente, su resolución pasa por el ensamblado de un problema matricial que requiere un importante consumo de memoria computacional, incluso cuando se utilizan esquemas vectorizados de la matriz de coeficientes del problema. El objeto del presente artículo es mostrar que las operaciones que requieren la resolución del problema lineal en forma estándar mediante el algoritmo SIMPLEX pueden ser sustituidas por rutinas en las que se aplica el concepto de pendiente económica, rutinas que requieren el mantenimiento de un conjunto de datos simultáneos de mucho menor tamaño y por consiguiente, susceptible de operar con mucha mayor rapidez.

ANTECEDENTES: METODO DISCONTINUO DE LABYE

El planteamiento básico del método discontinuo de Labye consiste en la construcción de la curva característica de la red que se va a dimensionar, y que de forma resumida, podemos describir como la envolvente de las soluciones de mínimo coste, cada una de las cuales

representa una combinación de diámetros normalizados en las líneas que proporcionan el menor coste para una determinada pérdida de carga.

En su planteamiento más simple, podemos construir la curva característica de una única línea, tal y como indica la figura.

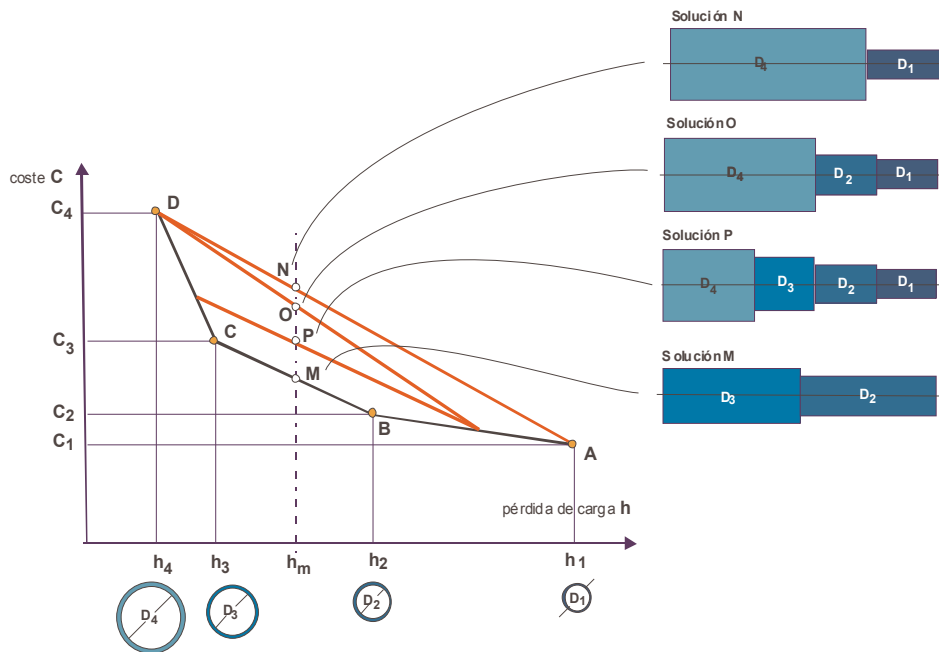


Figura 1.- Curva característica de un tramo

Cada uno de los vértices de la curva característica representa una solución canónica en la que se ha instalado un determinado diámetro estándar, y que produce, por tanto, una determinada pérdida de carga para el caudal de diseño. Es posible combinar varios de los diámetros estándar y conseguir un valor concreto de la pérdida de carga. Este sería precisamente el objetivo en un problema de diseño.

Sin embargo, y como muestra la figura, para cada posible valor de la pérdida de carga, existe una combinación óptima de diámetros, que podemos describir como una combinación de dos diámetros estándar correspondientes a los valores normalizados inmediato inferior e inmediato superior al diámetro teórico necesario.

Este resultado es la consecuencia de la estructura de precios de la tubería comercial y su consecuencia es la convexidad de la curva característica del tramo, que es precisamente la línea que une sucesivamente los puntos correspondientes a cada uno de los diámetros comerciales (envolvente de mínimos).

Las ventajas aportadas por el método de Labye frente a otros son evidentes: al trabajar con diámetros discretos y comercialmente disponibles, no requiere un procedimiento de normalización posterior de los mismos; por otra parte, aunque al iniciar el cálculo se desconoce el diámetro que poseerán las líneas en la solución óptima, sí se conoce a priori la gama de diámetros entre los que se encuentra el óptimo para cada línea y en consecuencia, puede calcularse de forma exacta las pérdidas de carga que provoca cada uno de los posibles diámetros

en cada una de las líneas. En definitiva, elimina la necesidad de normalización de diámetros y de realizar un cálculo iterativo de las pérdidas de carga exactas.

Sin embargo, presenta dos inconvenientes fundamentales, a saber:

- El hecho de trabajar con variables discretas exige el manejo de un abultado conjunto de datos, que comporta un considerable esfuerzo computacional, y que sin duda deviene impracticable para un cálculo manual con un número moderado de líneas.
- El método de Labye no permite intuir en modo alguno la existencia de nudos críticos intermedios hasta que no ha sido finalizado el dimensionado de la serie de tuberías y calculadas las presiones en todos los nudos.

CONCEPTO DE PENDIENTE ECONÓMICA

El concepto de *pendiente económica* denominado así por Granados, aparece ya en el planteamiento del Método Discontinuo de Labye, y puede definirse como el cociente entre el incremento/decremento del coste y el decremento/incremento de la pérdida de carga que sucede en una de las tuberías de la red ante un cambio de diámetro, bien sea por incremento al inmediato superior.

La expresión analítica de la pendiente económica cuando se incrementa el diámetro sería la siguiente:

$$\phi_i^+ = - \left[\frac{C_i(D_i^{(k+1)}) - C_i(D_i^{(k)})}{h_{fi}(D_i^{(k+1)}) - h_{fi}(D_i^{(k)})} = - \frac{\Delta C_i}{\Delta h_{fi}} \right]^+ = - \left[\frac{\Delta c_i}{\Delta j_i} \right]^+$$

El superíndice + señala que se trata de un incremento del diámetro de la línea. Las variables que intervienen son las siguientes:

- C_i = Coste total (ptas) de la línea i.
 h_{fi} = Pérdida de carga (m.) en la línea i, para el caudal de diseño q_i .
 $D^{(k)}$ = Diámetro actual de la línea i.
 $D^{(k+1)}$ = Diámetro inmediato superior a $D^{(k)}$.
 c_i = Coste unitario de la línea i (ptas/metro).
 j_i = Pérdida de carga unitaria en la línea i (m/m).

La pendiente económica se corresponde con la pendiente del segmento de transición entre en diámetro $D^{(k)}$ y el $D^{(k+1)}$, dentro de la curva característica de la línea i.

La pendiente es en general diferente cuando el diámetro cambia a un valor menor, y en tal caso valdría:

$$\phi_i^- = - \left[\frac{C_i(D_i^{(k-1)}) - C_i(D_i^{(k)})}{h_{fi}(D_i^{(k-1)}) - h_{fi}(D_i^{(k)})} = - \frac{\Delta C_i}{\Delta h_{fi}} \right]^- = - \left[\frac{\Delta c_i}{\Delta j_i} \right]^-$$

Las pendientes económicas ϕ_i^+ y ϕ_i^- proporcionan una medida adecuada para identificar las líneas que deben incrementar su diámetro y cuales deben disminuirlo, a partir de una solución funcionalmente válida, esto es, que verifique todas y cada una de las restricciones de diseño.

Por ejemplo, si en un nudo de la red existe déficit de presión, para restaurar la carga será necesario incrementar el diámetro de alguna de las líneas que se encuentran entre dicho nudo y uno de los nudos de alimentación de la red. Se puede afirmar que el incremento de diámetro que resultará económicamente más favorable corresponderá a una línea m con el mínimo valor de la pendiente económica ϕ_m^+ , esto es:

$$\phi_m^+ \leq \phi_i^+ \quad \forall i$$

De algún modo, la pendiente económica expresa el coste de recuperar la carga disponible (mca) en términos del coste de la tubería cuyo tamaño se incrementa, de modo que el cambio más eficiente corresponde al cambio de diámetro que proporcione el mca más económico.

El cambio realizado en la línea m puede dar lugar a tres posibilidades, a saber:

- que el nudo extremo aguas abajo de la serie continúe siendo deficitario en presión. En tal caso, se repetirá la operación de cambio, seleccionando de nuevo la línea en la cual resulte más económico, incluida la recién modificada.
- que la presión en el nudo extremo de la serie alcance exactamente el valor mínimo exigido. Aunque teóricamente es posible, sin duda se trata de un caso no habitual.
- que la presión en el nudo extremo sea superior a la mínima exigida. En este estado, es posible aprovechar el exceso innecesario de presión para reducir algún diámetro.

Por el contrario, cuando en algún nudo tenemos una holgura en la presión sobre el valor mínimo, podemos reducir alguno de los diámetros del trayecto asociado. En este caso, el criterio de selección consistirá en buscar el cambio que mayor ahorro proporcione, esto es:

$$\phi_m^- \geq \phi_i^- \quad \forall i$$

Los posibles resultados de esta acción serán:

- que la reducción de diámetro no elimine totalmente el exceso de presión en el nudo, lo que permitirá seguir reduciendo diámetros con el mismo criterio.
- que el cambio en el diámetro conduzca a una presión en el nudo extremo n exactamente igual a la mínima requerida.
- que la presión resultante en el nudo extremo sea inferior al mínimo establecido.

Solamente utilizando los criterios apuntados, sería posible obtener la solución óptima al dimensionado de una red, que consistirá en la asignación de un único diámetro a todas las líneas de la serie, excepto una de ellas (supongamos que se trata de la línea m), concretamente aquella línea que determina la finalización del proceso, la cual estará compuesta por dos segmentos de diámetros consecutivos, de forma que la pendiente económica correspondiente a los dos diámetros verificará la condición:

$$\phi_i^- \leq \phi_m \leq \phi_i^+ \quad \forall i \neq m$$

$$siendo: \phi_m = \phi_m^+ (D_m^{(k-1)} \rightarrow D_m^{(k)}) = \phi_m^- (D_m^{(k)} \rightarrow D_m^{(k-1)})$$

lo cual significa que la pendiente en dicha línea es la menor de las pendientes económicas de las líneas de la serie en incremento de diámetros, y simultáneamente, es también la mayor de las pendientes económicas en disminución de diámetros.

Cuando la alimentación de la serie se efectúa mediante una estación de bombeo, los criterios a seguir para aumentar o reducir diámetros cambian ligeramente, puesto que el efecto de cualquiera de estas acciones sobre la presión en el nudo extremo n puede compensarse por una modificación de la altura de bombeo en el sentido contrario. Además, en este caso es habitual considerar costes anuales, tanto de amortización de las tuberías como el coste anual de bombeo.

Para evaluar la conveniencia económica de cualquier cambio, será necesario comparar con el coste anual de cada mca adicional de bombeo, que llamaremos K_b , que expresa el coste, en euros/año, de bombear con un metro adicional en la altura de bombeo H_b :

$$K_b (\text{euro} / \text{mca.año}) = \frac{9,81 q_b}{\eta} nh \text{ pkw}$$

siendo:

q_b : Caudal bombeado (m³/s)

η : Rendimiento global de la bomba

nh : Número de horas de bombeo al año

pkw : Precio del kWh (euros/kWh)

La pendiente económica deberá ser expresada también sobre una base anual, multiplicando por el factor de amortización a_t .

Un incremento del diámetro en la línea i resultará económicamente eficiente solamente cuando suceda:

$$a_t \phi_i^+ \leq K_b$$

lo que significa que el incremento en el coste de amortización debido al aumento del diámetro en la línea i, sea menor que el ahorro conseguido al disminuir el coste energético.

Por el contrario, la reducción del diámetro de la línea i es adecuada económicamente cuando:

$$a_t \phi_i^- \geq K_b$$

En este caso, la mejora de una posible solución se consigue mediante sucesivas transformaciones (aumento y reducción de diámetros), en cada una de las cuales se ajusta la altura de bombeo H_b para mantener la presión en el nudo extremo n en el valor mínimo admisible. El proceso concluye cuando no existe ninguna posibilidad de cambio económicamente conveniente, esto es, cuando:

$$\max_i \{a_t \phi_i^-\} \leq K_b \leq \min_i \{a_t \phi_i^+\} \quad \forall i$$

MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Introducción

El modelo de Programación Lineal que describiremos a continuación es un tipo de formulación en diámetros discretos, puesto que para el dimensionado de las tuberías de la red se considera un conjunto discreto de diámetros, que habitualmente corresponderán a los diámetros estándar disponibles comercialmente.

A pesar de esta característica, se trata de una formulación de tipo continuo, ya que las variables de decisión que intervienen en el problema de optimización son las longitudes parciales de cada posible diámetro comercial que forma parte de cada una de las líneas de la red, y ocasionalmente, la altura de bombeo de la estación elevadora en cabecera.

El modelo de Programación Lineal parte de la hipótesis de que una línea de la red puede estar constituida por varios tramos de diferentes diámetros. Si el conjunto de diámetros posibles está compuesto por diámetros comerciales, la solución óptima obtenida mediante esta formulación no requerirá ningún ajuste posterior de los diámetros, siendo plenamente apta para su implementación.

La formulación de un modelo lineal no es el resultado de una linealización del problema, sino que es totalmente exacta, puesto que considerando tramos de diámetro uniforme dentro de una línea, el coste del tramo y también la pérdida de carga que provoca son funciones lineales de la longitud del mismo. De este modo, tanto la función objetivo como las restricciones resultan ser funciones lineales de las longitudes parciales de los tramos de diámetro uniforme. Desde el punto de vista matemático, el conjunto de soluciones factibles delimitado por las restricciones lineales del problema, es un conjunto convexo y la función objetivo a minimizar es también convexa; se trata por tanto de un problema convexo, del que podemos asegurar que no posee óptimos locales.

Las situaciones que pueden presentarse son las siguientes:

- en el caso de que las restricciones sean incompatibles entre sí, el espacio de soluciones es vacío y no existe solución al problema;
- si el espacio de soluciones es no vacío, bien puede existir una única solución óptima, o infinitas soluciones óptimas, todas ellas con el mismo coste asociado.

Modelo de PL para el dimensionado de una red alimentada con altura conocida

Supongamos el caso del dimensionado óptimo de los diámetros de una red ramificada compuesta por n líneas, cuya altura piezométrica de alimentación H_0 en el nudo de cabecera (nudo 0) posee un valor fijo y conocido, de modo que en un conjunto de nudos k de la red, en el que se incluyen al menos todos los nudos terminales, exista una altura piezométrica mayor o igual a un valor mínimo H_k . Ello equivale a limitar la pérdida de carga en los trayectos comprendidos entre el nudo 0 y un nudo genérico k de modo que:

$$\sum_{i \in S_k} h_{f,i} \leq H_0 - H_k = \Delta H_k$$

siendo: $h_{f,i}$ = Pérdida de carga (m.) en la línea i .

S_k = Conjunto de líneas pertenecientes al trayecto entre los nudos 0 y k .

ΔH_k = Máxima pérdida de carga admisible (m.) en el trayecto comprendido entre los nudos 0 y k .

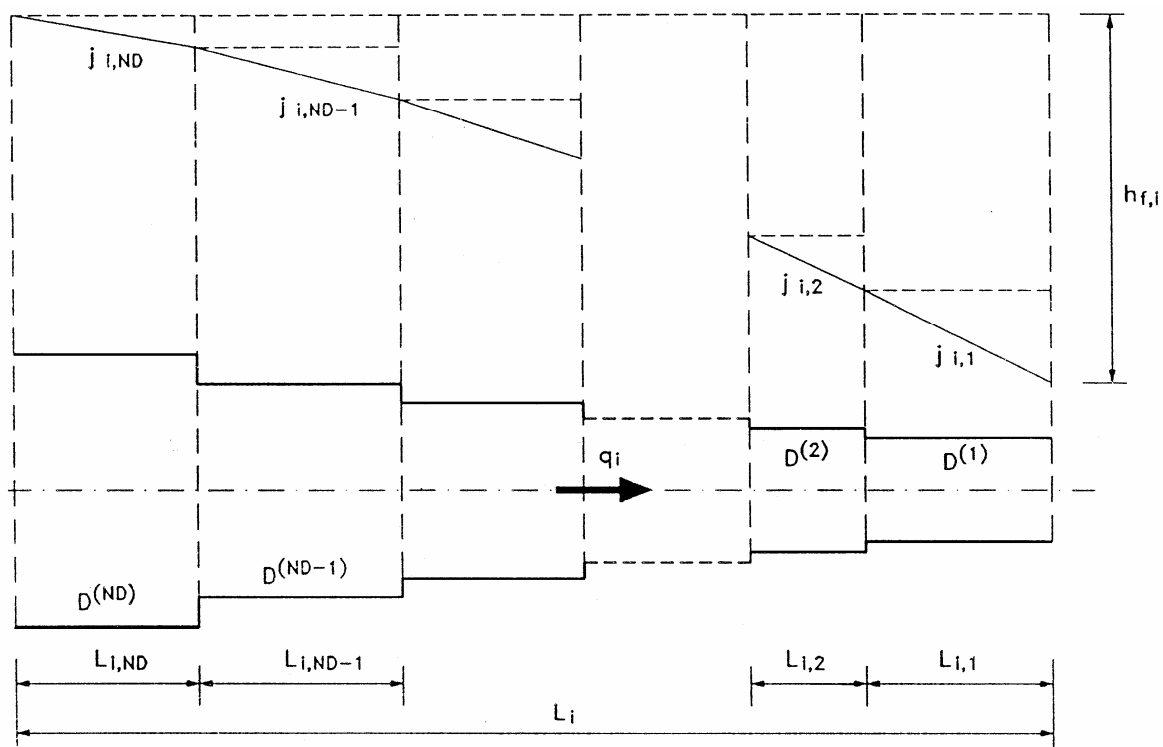


Figura 2.- Composición de una línea en el modelo de PL.

Para introducir la formulación lineal consideraremos que se dispone de un conjunto $\{D^{(1)}, \dots, D^{(ND)}\}$ que contiene un total de ND diámetros posibles para ser utilizados en el dimensionado de la red, a los que en adelante denominaremos *diámetros candidatos*, ordenados de menor a mayor tamaño, de modo que $D^{(1)} < \dots < D^{(ND)}$. La Figura 2 muestra una línea i cualquiera de una red, por la que transcorre un caudal q_i , compuesta por tramos de diferentes diámetros, de entre los diámetros candidatos.

El coste total de las tuberías de la línea i representada en la figura será:

$$\text{Coste de la línea } i \text{ (euros): } C_i = \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

donde: C_i = Coste total de las tuberías de la línea i (ptas).

c_j = Coste unitario del diámetro $D^{(j)}$ (ptas/metro lineal).

$L_{i,j}$ = Longitud del tramo de diámetro $D^{(j)}$ en la línea i (m.).

La suma de las longitudes parciales $L_{i,j}$ debe ser igual a la longitud L_i de la línea i :

$$L_i = \sum_{j=1}^{ND} L_{i,j}$$

La pérdida de carga total $h_{f,i}$ que se produce en la línea i será:

$$h_{f,i} = \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j}$$

donde: $h_{f,i}$ = Pérdida de carga total (m.) en la línea i .

$j_{i,j}$ = Pérdida de carga unitaria para cada uno de los diámetros $D^{(j)}$ (m/m.) en la línea i .

La formulación global del problema de dimensionado óptimo consistirá en minimizar la siguiente función objetivo, configurada por los costes asociados a las tuberías, esto es:

$$\text{Coste del sistema} = C_T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

y sometida a unas restricciones de presión mínima del tipo:

$$\sum_{i \in S_k} h_{f,i} = \sum_{i \in S_k} \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j} \leq \Delta H_k = H_0 - H_k \quad \forall k$$

Las restricciones de presión mínima pueden plantearse para cualquier nudo de la red además de los extremos o terminales, se trate o no de un nudo de consumo, en el cual sea necesario asegurar una presión mínima. Naturalmente, cuanto mayor sea el número de restricciones de presión mínima, tanto mayor será el tamaño del modelo y la complejidad de su resolución.

Es necesario plantear también restricciones que podemos calificar de tipo geométrico, a fin de asegurar que la suma de las longitudes parciales $L_{i,j}$ en una línea sea exactamente igual a la longitud de la misma:

$$\sum_{j=1}^{ND} L_{i,j} = L_i \quad \forall i = 1 \dots n$$

Finalmente habrá que añadir las restricciones de no negatividad de las variables de decisión, puesto que una solución del tipo $L_{i,j} < 0$ carece de sentido físico. Esta condición constituye además una exigencia para la resolución del problema mediante Programación Lineal:

$$L_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j$$

Como puede comprobarse, el problema de dimensionado queda configurado por una función objetivo y unas restricciones de naturaleza lineal en cuanto a las variables de decisión $L_{i,j}$, y como tal, puede ser resuelto mediante el algoritmo SIMPLEX.

Modelo de PL para el dimensionado de una red alimentada con altura incógnita

En ocasiones, las presiones mínimas de servicio en la red sólo pueden ser garantizadas mediante la intervención de una estación elevadora. En tal caso, existe una estrecha relación económica entre la altura de bombeo H_b y los diámetros de las tuberías de la red, puesto que una vez establecidas las condiciones de diseño (presiones y caudales de servicio), el aumento de la altura de bombeo permite la utilización de diámetros menores en las tuberías, resultando una disminución de la inversión en tuberías a cambio de un incremento del coste energético de bombeo. Por el contrario, una disminución de la altura de bombeo trae como consecuencia la necesidad de emplear diámetros mayores en las tuberías, encareciendo por tanto la inversión en

tuberías a costa de un abaratamiento de los costes energéticos. Esta relación se concreta en una función objetivo a minimizar que incluye tanto el coste energético anual como la amortización anual de la inversión en tuberías. En definitiva, las variables de decisión que intervienen en este nuevo problema son, además de las longitudes parciales $L_{i,j}$ de cada diámetro candidato $D^{(j)}$ en las líneas de la red, la altura de bombeo H_b .

El coste energético anual de una estación de bombeo es:

$$G_e (\text{euros} / \text{año}) = W \text{ nh } p_{kw} = \frac{9'81 q_b H_b}{\eta} \text{ nh } p_{kw} = K_b H_b$$

donde: W = Potencia media consumida (kW).

nh = Número de horas anuales de utilización.

p_{kw} = Precio de la energía (euros/kWh).

q_b = Caudal bombeado ($\text{m}^3/\text{segundo}$).

H_b = Altura de bombeo (m.).

η = Rendimiento global de la EB (tanto por uno).

K_b = Coste unitario anual de cada metro de altura de bombeo.

El coste anual de amortización del sistema de tuberías se obtiene multiplicando su coste total por el factor de amortización a_t , esto es:

$$G_a = a_t C_{\text{tub}} = a_t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

La función objetivo que debe ser minimizada es precisamente la suma de los costes anuales referidos, a saber:

$$C_T = G_e + G_a = K_b H_b + a_t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{ND} c_j L_{i,j}$$

función que es lineal respecto de las variables del problema ($L_{i,j}$ y H_b).

Las restricciones de presión mínima se formulan para asegurar que en los nudos k prescritos por el proyectista exista una altura piezométrica no inferior a H_k , aunque en este caso, la magnitud de la pérdida de carga admisible ΔH_k en el trayecto comprendido entre la cabecera de la red (nudo 0) y el nudo k no será un valor conocido, puesto que dependerá del valor de la altura de bombeo H_b . En efecto, si z_0 es la cota de aspiración de la EB situada en la cabecera de la red, la pérdida de carga ΔH_k admisible en el trayecto 0- k será:

$$\Delta H_k = [z_0 + H_b] - H_k$$

Así pues, las restricciones de presión mínima adoptarán la siguiente forma:

$$\sum_{i \in S_k} h_{f,i} = \sum_{i \in S_k} \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j} \leq \Delta H_k = [z_0 + H_b] - H_k \quad \forall k$$

$$\downarrow$$

$$\sum_{i \in S_k} \sum_{j=1}^{ND} j_{i,j} L_{i,j} - H_b \leq z_0 - H_k \quad \forall k$$

Además de las apuntadas, es necesario formular las restricciones geométricas para todas las líneas de la red y también las y las restricciones de no negatividad de las variables de decisión.

De nuevo, el problema formulado en estos términos resulta completamente lineal, tanto por la función objetivo como por las restricciones impuestas, pudiendo ser resuelto mediante cualquier algoritmo de Programación Lineal, tal como el algoritmo SIMPLEX.

Reducción del tamaño del modelo.

La aplicación del modelo de Programación Lineal al dimensionado óptimo de redes es, sin ninguna duda, el método preferido por los investigadores para este cometido, puesto que posee una gran sencillez en su planteamiento, que no es fruto de ninguna simplificación o aproximación, sino más bien al contrario, es el resultado de considerar que las líneas de la red estarán finalmente configuradas con diámetros comercialmente disponibles, esto es, un conjunto discreto y finito.

Una ventaja adicional es que el problema de dimensionado óptimo formulado como un problema lineal puede ser resuelto mediante cualquiera de los paquetes de software disponibles en el mercado de Programación Lineal. Lo que en principio es ventajoso trae como consecuencia dos inconvenientes, a saber: **a)** exige del usuario la introducción de una gran cantidad de información, y **b)** el tamaño del modelo puede ser excesivo para el software disponible.

Si n es el número de líneas de la red, ND el número de diámetros candidatos y K es el número de nudos críticos considerados en las restricciones de presión mínima, el usuario debe aportar los siguientes datos:

- **ND** costes unitarios de los diámetros candidatos (coeficientes de coste de la función objetivo).
- Coeficiente K_b en el caso de que intervenga el coste energético.
- **n** longitudes de línea (términos independientes en las restricciones geométricas).
- **n*ND** pendientes hidráulicas asociadas con cada uno de los diámetros candidatos en cada una de las líneas de la red, algunos de ellos repetidos a lo largo de las **K** restricciones de presión mínima.
- **K** términos independientes en las restricciones de presión mínima, que pueden ser o bien la pérdida de carga admisible ΔH_k en los trayectos 0-k en el caso de que la altura de cabecera sea conocida, o bien los términos $(z_0 - H_k)$ en el caso de que la altura de cabecera sea incógnita.

Si consideramos el dimensionado de una red ramificada alimentada desde un depósito, con $n=150$ líneas, $ND=12$ diámetros candidatos y $K=40$ nudos críticos, el número total de datos

necesarios asciende a **2.002**; de ellos, $n \cdot ND = 1.800$ corresponden a las pendientes hidráulicas, que se calculan a partir de las características de la tubería empleada y de los caudales circulantes por las líneas, mientras que el resto (202) corresponde a datos básicos del problema. Esta sencilla estimación pone de manifiesto la importancia que tiene el desarrollo e implementación de herramientas informáticas de apoyo al usuario que faciliten la labor de comunicación con el software de optimización, por medio de la construcción y elaboración, a partir de los datos básicos, del problema de PL que finalmente será optimizado.

Incidiendo en el segundo inconveniente, los recursos disponibles para resolver problemas de PL son limitados, tanto por el software (imposibilidad de manejar un elevado número de variables) como por el hardware (capacidad de memoria limitada) y por ello puede ocurrir que un determinado problema de dimensionado óptimo no pueda ser resuelto con los medios informáticos disponibles.

Una posible solución a este inconveniente reside en la reducción del tamaño del modelo en dos frentes bien distintos: por un lado, cabe la posibilidad de reducir el número de restricciones de presión mínima consideradas y por otro, es posible asimismo reducir el conjunto de diámetros candidatos.

En el dimensionado de una red ramificada pueden plantearse tantas restricciones de presión mínima como nudos posee la red menos uno, o lo que es lo mismo, tantas restricciones como líneas. Como mínimo, será necesario plantear una restricción de presión mínima para cada nudo extremo o terminal de la red.

Alperovits y Shamir proponen utilizar inicialmente el número mínimo de restricciones de presión, esto es, sólo las correspondientes a los nudos terminales; una vez obtenida la solución óptima, y en el caso de que en algún nudo intermedio se obtenga una presión por debajo del valor mínimo, será necesario reformular el problema, planteando restricciones adicionales de presión mínima para dichos nudos.

Otra posibilidad para reducir el tamaño del modelo reside en emplear un número reducido de diámetros candidatos. A pesar de que la formulación del modelo contempla la posibilidad de que una línea esté configurada por varios tramos de diferentes diámetros, la experiencia nos demuestra que en la solución óptima final, las líneas de la red estarán configuradas por uno, o a lo sumo dos diámetros entre los posibles, y en este último caso, se tratará de dos diámetros consecutivos en tamaño. Este hecho puede demostrarse como consecuencia de la estructura de precios de las tuberías comerciales (Fujiwara y Dey).

De este modo, una posibilidad para reducir el tamaño del modelo consiste en seleccionar un pequeño número de diámetros para cada línea, con la esperanza de que el o los diámetros finales pertenezcan al conjunto de diámetros candidatos. Puesto que el objetivo es seleccionar diámetros candidatos lo más cercanos al diámetro óptimo de cada línea, ya no cabe hablar de un conjunto de diámetros candidatos para toda la red, sino de un conjunto de diámetros candidatos para cada línea i , integrado por un total de ND_i diámetros.

La selección del conjunto de diámetros candidatos para cada línea admite criterios muy diversos; así por ejemplo, Bhave propone un método de selección de diámetros candidatos para redes ramificadas con altura de cabecera conocida, denominado método del *trayecto crítico*, que consiste en primer lugar en asignar a cada línea i un valor teórico de la pendiente hidráulica, a partir de la cual se seleccionaría un diámetro teórico. La selección de los diámetros candidatos se realiza en este caso según Bhave, tomando un mínimo de dos diámetros normalizados, consecutivos en tamaño, de modo que el valor teórico quede comprendido entre ellos, aunque contempla excepcionalmente la posibilidad de adoptar tres e incluso cuatro diámetros candidatos.

Siguiendo unas pautas similares, Pleban y Amir plantean la selección de tres diámetros candidatos por línea, consecutivos en tamaño, atendiendo a su proximidad a un diámetro teórico estimado, según un criterio de velocidad.

Para poder asegurar que la solución óptima obtenida es un óptimo global, el grupo de diámetros candidatos asignado a cada línea debe ser tal que, si el proceso de optimización fuese libre de seleccionar cualquiera de los diámetros posibles, el resultado continuaría siendo el mismo.

Tal condición equivale en la práctica a asegurar que los diámetros óptimos de cada línea en la solución final se sitúen en el centro de la gama escogida. En el caso de que el diámetro óptimo de una línea coincida con alguno de los extremos del conjunto de diámetros candidatos, ello significa que existe la posibilidad de que hubiese sido escogido un diámetro situado fuera de los límites del conjunto de los candidatos. La única forma de averiguarlo es permitir que el algoritmo de resolución cuente con la posibilidad de "*traspasar*" los extremos del conjunto de diámetros candidatos, y el modo más común y sencillo para conseguirlo consiste en desplazar el conjunto de diámetros candidatos, de modo que el diámetro extremo obtenido en la solución óptima quede centrado dentro del nuevo conjunto de diámetros candidatos.

El número mínimo de diámetros candidatos es de dos, puesto que pueden aparecer hasta dos diámetros por línea en la solución final, pero lo cierto es que un número tan limitado de diámetros candidatos exigiría sin duda un gran número de operaciones de desplazamiento del conjunto de diámetros candidatos para poder asegurar la consecución de una solución óptima global.

Se trata en definitiva de buscar el compromiso entre un número de variables creciente con el número de diámetros candidatos por línea, y un número de operaciones necesarias, mayor cuanto menor sea el número de diámetros candidatos. En general, un número de cuatro diámetros candidatos parece suficiente para cumplir adecuadamente este cometido.

De la reducción del tamaño del modelo se concluyen evidentes ventajas, no solamente en cuanto a las necesidades de memoria, sino también en lo referente al tiempo de cálculo.

Procedimiento de resolución.

El primer cálculo básico consiste en la selección del conjunto de diámetros candidatos para cada línea. Comenzando con los datos de partida (trazado, topografía, longitudes de línea, consumos y condiciones de diseño en general) y mediante un procedimiento de predimensionado cualquiera se asigna un diámetro teórico por línea, que servirá de referencia para establecer los diámetros

comerciales candidatos. A partir del caudal de diseño de las líneas y de los diámetros candidatos de la misma, es posible calcular la pendiente hidráulica $j_{i,j}$ asociada a cada uno de los diámetros candidatos, que son los coeficientes en las restricciones de presión mínima. Los precios unitarios de los diámetros que intervienen, y en su caso, el factor de amortización, así como el coste energético permiten construir la función objetivo a minimizar.

Una vez ensamblado el problema lineal queda en disposición de ser resuelto mediante el algoritmo SIMPLEX, que consta de dos fases: la fase I consiste en encontrar una solución factible y en el caso de que ésta exista, la fase II consiste en mejorar progresivamente dicha solución hasta encontrar la solución óptima.

La fase II comienza a partir de una solución básica factible, utilizando la terminología de la PL. Una solución básica factible (SBF) es una solución en la que solamente hay un número de variables de decisión con valor no nulo igual al número de restricciones del problema, mientras que el resto son nulas. Si consideramos que el número mínimo de restricciones para un problema de diseño cuenta con n restricciones geométricas más k restricciones de presión mínima, una SBF corresponde, por ejemplo, a una red en la que cada línea cuenta con un único diámetro normalizado (n variables de decisión no nulas) y k holguras de presión en los nudos incluidos en las restricciones de presión.

La siguiente figura representa el proceso seguido por el algoritmo SIMPLEX en su fase II para mejorar una SBF obtenida en la fase I. Para poder realizar una representación gráfica bidimensional se ha considerado un problema de PL con solamente dos variables de decisión:

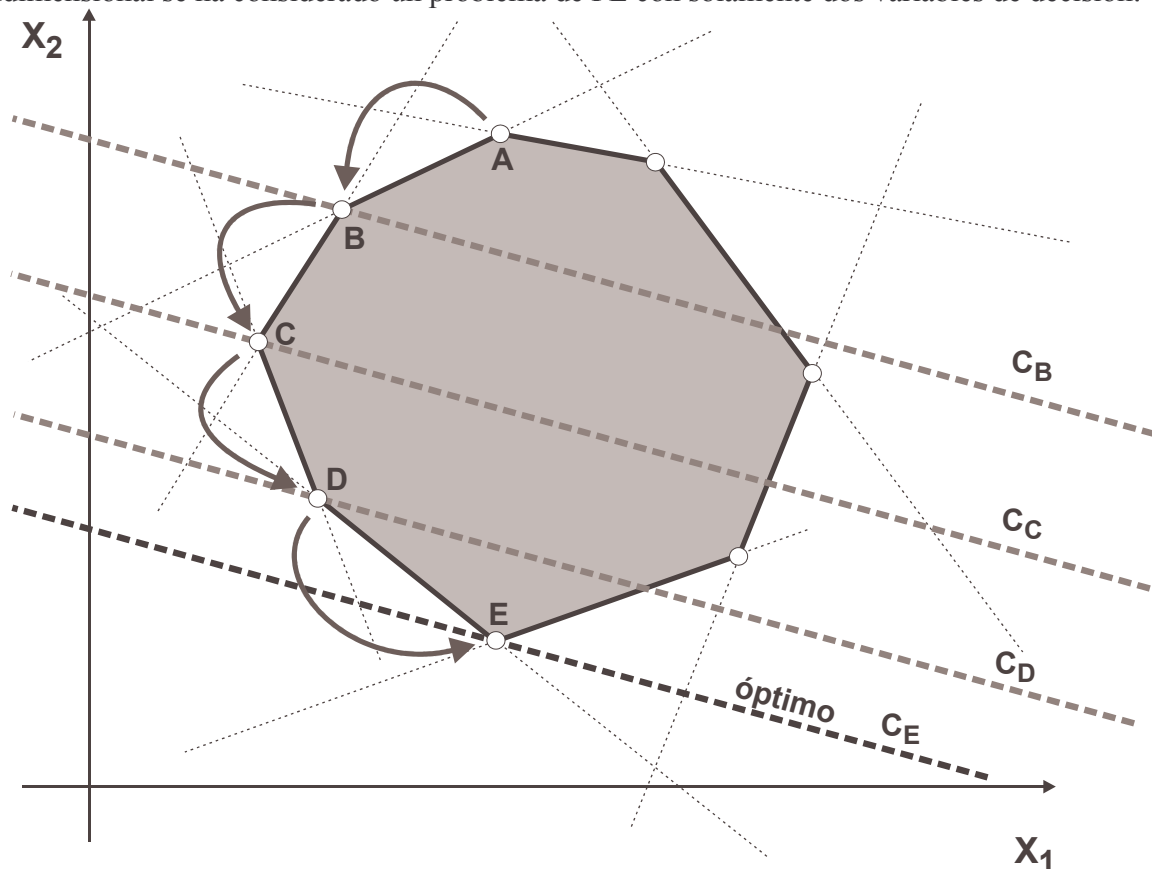


Figura 3.- Proceso seguido por el algoritmo SIMPLEX

El espacio de soluciones es convexo y es el resultado de la acotación de una región contorneada o limitada por las restricciones del problema. Una SBF corresponde a un vértice de dicha región y puede demostrarse que la solución óptima corresponde a una SBF.

El algoritmo SIMPLEX procede en la fase II a mejorar una SBF inicial saltando en cada operación (pivotamiento) desde una SBF a otra mejor (más económica). El proceso es finito, puesto que el número de saltos está acotado, en el peor de los casos, al número de restricciones. En el caso representado en la figura, partiendo de la SBF correspondiente al punto A, es suficiente con cuatro operaciones de pivotamiento para alcanzar el óptimo correspondiente al punto E.

La SBF óptima en el caso de una red, estará configurada por un único diámetro normalizado por línea, excepto un número de líneas (menor o igual a k), en los que el podrían aparecer dos diámetros normalizados consecutivos. Podemos decir que el segundo diámetro normalizado sustituye a la holgura de presión que pueda existir en un trayecto.

La solución descrita puede ser distinta dependiendo de las restricciones de velocidad empleadas y de los valores del coste de las tuberías en el contexto de la red del problema.

Quizás el punto más interesante es el análisis de cómo actúa el algoritmo SIMPLEX.

Todo problema de PL posee una interpretación geométrica, puesto que el espacio de soluciones posibles de un problema lineal con n variables de decisión es un poliedro n -dimensional, acotado por las restricciones lineales del problema, que pueden ser representadas como hiperplanos. La función objetivo, igualmente lineal, representa una familia de hiperplanos paralelos, cada uno de ellos asociado a un valor diferente. Consecuentemente, la solución óptima, si existe, se localiza en uno de los vértices del poliedro. A este respecto, los vértices del espacio de soluciones poseen las siguientes propiedades:

- Si existe una única solución óptima, ésta debe ser un vértice del poliedro (SBF).
- Si existen múltiples soluciones óptimas, al menos dos de ellas son vértices adyacentes.
- El número de vértices que representan soluciones factibles al problema de PL es finito.
- Si un vértice que represente una solución factible no posee vértices adyacentes que representen una mejora de la función objetivo, entonces no existe ningún vértice que mejore el valor de la función objetivo y la solución actual es la óptima.

Considerando que el problema de PL n -dimensional cuenta con m restricciones, se denomina solución básica a una solución compuesta por m variables no negativas, y $n-m$ variables nulas:

$$x_1, \dots, x_m \geq 0 \quad ; \quad x_{m+1}, \dots, x_n = 0$$

donde x_i son las variables del problema. Una solución es factible o posible cuando verifica las restricciones del problema. Cada vértice del poliedro que representa el espacio de soluciones posibles corresponde precisamente a una solución básica posible.

El algoritmo SIMPLEX aprovecha las propiedades del espacio de soluciones posibles, considerando una solución básica posible inicial, para encontrar a continuación otra solución básica posible correspondiente a un vértice adyacente que mejore el valor de la función objetivo. La operación de desplazamiento entre un vértice y otro adyacente implica anular una de las variables de la solución básica inicial e incorporar en su lugar una variable no básica.

Como se desprende del comentario anterior, suponiendo que contamos con una solución básica factible inicial, la aplicación del algoritmo SIMPLEX en la fase II consiste en un procedimiento iterativo, finito en general, que comprende dos tipos de cálculo en cada iteración: en primer lugar, se resuelve el sistema de ecuaciones formado por las restricciones para las variables básicas, y en segundo lugar, se analiza la influencia de las variables no básicas para decidir cuál de ellas debe entrar en la base produciendo la máxima mejora posible en la función objetivo.

La forma estándar de un problema de minimización con n variables y m restricciones sería:

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \text{ sujeto a : } \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i & i=1, \dots, m \\ x_j \geq 0 & j=1, \dots, n \quad (m < n) \end{cases}$$

Las operaciones que comprende el algoritmo SIMPLEX consisten fundamentalmente en resolver un sistema de ecuaciones lineales para determinar el valor de las variables básicas, considerando que las variables no básicas son nulas, para posteriormente analizar la influencia de las variables no básicas en la función objetivo. Tales operaciones tienen una interpretación muy sencilla cuando se representa el problema de optimización en forma tabular, tal y como indica la figura de la siguiente página.

Los pasos a seguir consistirían en:

- 1.- Formulación del problema incluyendo las variables de holgura.
- 2.- Eliminación de Gauss-Jordan sobre las variables de la solución básica factible inicial.
- 3.- Si todos los coeficientes de coste reducidos de las variables no básicas son no negativos, entonces la solución básica actual es la solución óptima, puesto que no es posible mejorar el valor de la función objetivo al incorporar una nueva variable en la solución. En tal caso, el procedimiento ha terminado.
- 4.- Si existe algún coeficiente de coste reducido nulo y ninguno negativo, significa que la variable no básica correspondiente puede ser incorporada a la solución sin incrementar el valor de la función objetivo. En tal caso existen infinitas soluciones óptimas además de la actual y el procedimiento ha finalizado.
- 5.- Mientras existan coeficientes de coste reducidos negativos, es posible reducir el valor de la función objetivo. La variable no básica que pasará a formar parte de la solución será aquella a la que corresponda el menor coeficiente de coste reducido.
- 6.- Si todos los coeficientes reducidos de las restricciones de la columna correspondiente son nulos o negativos, significa que la variable entrante x_e puede tomar un valor tan grande como se quiera y en consecuencia, la función objetivo no estará acotada, pudiendo reducir infinitamente su valor. Esta circunstancia no tiene demasiado sentido cuando se formula un modelo de dimensionado económico, y por ello cabe pensar que si se presenta, significa que tal modelo ha sido incorrectamente formulado.

7.- El máximo valor que puede llegar a adoptar la variable entrante x_e estará condicionado por la restricción de no negatividad de las variables básicas actuales, y por tanto, acotado por la restricción correspondiente.

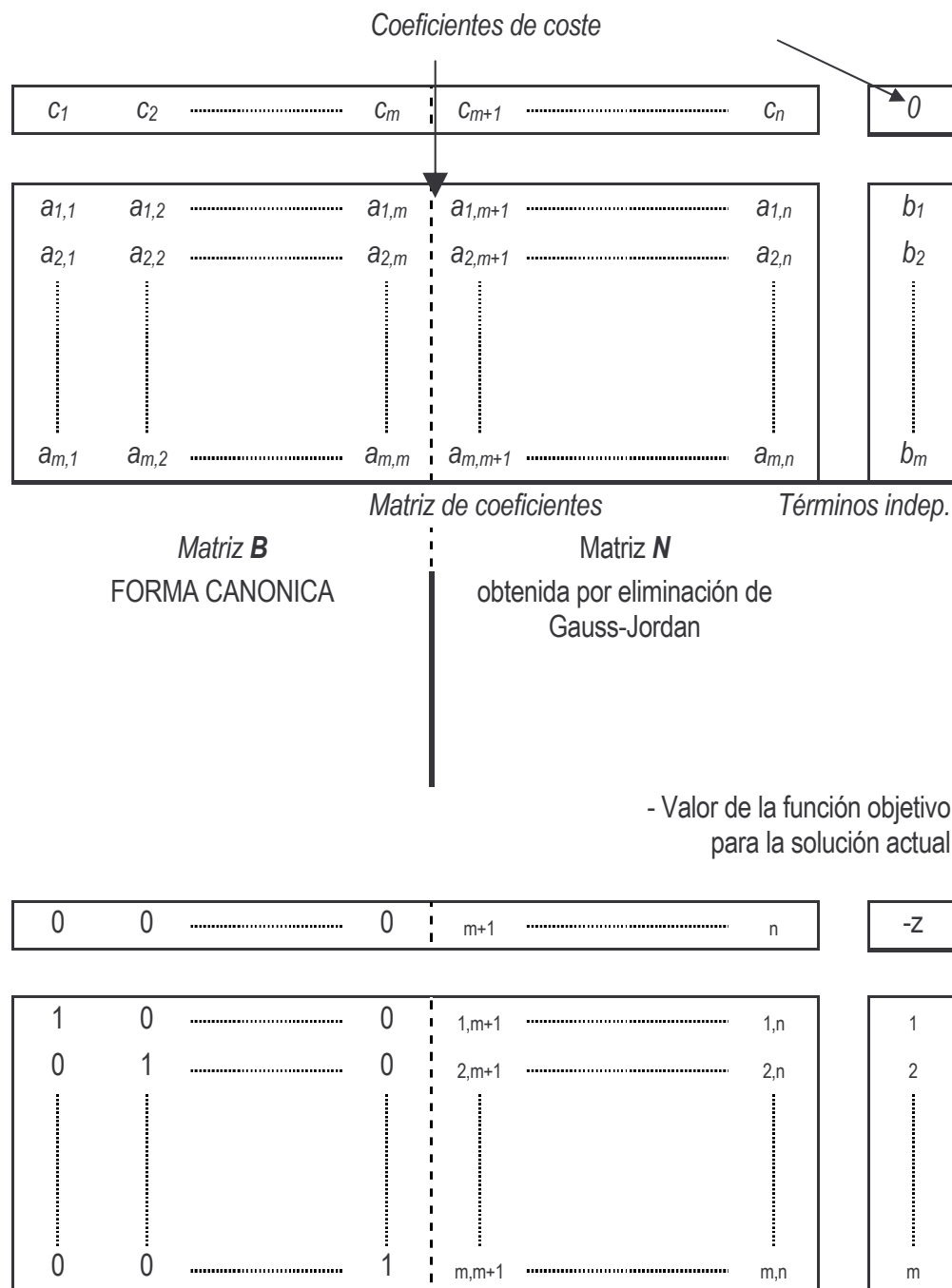


Figura 4. Forma tabular estándar y canónica del problema de optimización.

Si bien el algoritmo SIMPLEX fue concebido inicialmente para aplicar el método de reducción de Gauss-Jordan para la resolución del sistema de ecuaciones lineales, en realidad no resulta necesario diagonalizar la matriz básica para obtener los mismos resultados.

Análisis de las posibles soluciones

Todos los problema de PL presentan un conjunto de posibilidades a la hora de obtener la solución al mismo, que vamos a analizar a continuación, interpretándolas desde el punto de vista del problema que nos ocupa. Pueden presentarse las siguientes situaciones:

- a) *El problema no tiene solución:* En este caso, las restricciones explícitas del problema definen un espacio de soluciones vacío, de modo que ninguna posible combinación de valores de las variables se ciñen a las mismas. Tal es caso que se presenta, por ejemplo, cuando la altura de cabecera es un valor fijo y es inferior a las necesidades de presión mínima de algún nudo k . Para soslayar este problema, la solución consistiría en instalar una estación de bombeo en cabecera que permitiese proporcionar presión a los nudos problemáticos.
- b) *La función objetivo alcanza un valor mínimo absoluto en un punto del espacio de soluciones.* Es el caso que debería darse para afirmar que existe una solución óptima que minimiza la función de costes establecida cumpliendo todas las restricciones del problema.
- c) *La función objetivo alcanza un valor mínimo absoluto pero en infinitos puntos del espacio de soluciones.* Como ejemplo de esta situación, imaginemos el caso de que el ahorro producido por disminuir el diámetro de una tubería resulte exactamente igual al incremento del coste energético necesario para compensar las pérdidas de carga adicionales.
- d) *La función objetivo no está acotada, esto es, puede reducir su valor infinitamente:* Esta eventualidad realmente no tiene ningún sentido en el problema que nos ocupa, puesto que en un caso extremo, las líneas de la red quedarían configuradas con el diámetro candidato de menor tamaño posible, y consecuentemente, la función objetivo resultará acotada inferiormente.

ANÁLISIS DEL TAMAÑO DEL PROBLEMA DE PL MATRICIAL

Otra característica primordial del problema que nos ocupa es la gran dispersión de la matriz de coeficientes. La densidad de la matriz de coeficientes en el inicio del problema se sitúa normalmente en torno a un valor del 5 % (se entiende por densidad ρ de la matriz al cociente entre el número de elementos no nulos y el número de elementos totales) y no suele superar el 15 % tras la última iteración del algoritmo SIMPLEX.

Por esta razón y al objeto de aprovechar al máximo la memoria disponible en el ordenador se ha propuesto el almacenamiento de la matriz de coeficientes en forma compactada, conservando únicamente los coeficientes no nulos.

La dificultad básica que aparece al utilizar un esquema de almacenamiento compactado consiste en localizar la posición exacta de un coeficiente dado, así como la posibilidad de eliminar y añadir coeficientes. Estas necesidades implican un coste adicional de información

almacenada en memoria RAM que hay que tomar en consideración, y por esta razón el almacenamiento compactado resulta recomendable solamente cuando la densidad de la matriz es relativamente baja (menor de un 25 %).

Para estimar la densidad inicial ρ_0 de la matriz de coeficientes de nuestro problema, utilizaremos los siguientes parámetros:

- N: Número de líneas de la red.
- Q: Número de nudos con restricción de presión mínima.
- α : Cociente Q/N entre restricciones de presión mínima y líneas de la red ($0 < \alpha \leq 1$).
- P: Número promedio de líneas contenidas en los trayectos S_k definidos entre la cabecera de la red y los nudos con restricción de presión mínima.
- β : Cociente P/N entre el número promedio de líneas en los trayecto y el número total de líneas ($0 < \beta \leq 1$).

Por fijar ideas, vamos a suponer que la altura piezométrica en el nudo de alimentación es conocida y por tanto, no interviene como variable del problema. Considerando **cuatro** diámetros candidatos por cada línea, el número de variables del tipo L_{ij} será $4 \cdot N$; el planteamiento de Q restricciones de presión mínima (de desigualdad) implica la aparición de Q variables de holgura h_k , de modo que el número total de variables del problema será $4 \cdot N + Q$, o bien, utilizando el parámetro α , el número de variables será $(4 + \alpha)N$.

En cuanto a restricciones, el problema cuenta con N restricciones de tipo geométrico y Q restricciones de presión mínima, esto es, un total de $N + Q$ restricciones, o si se prefiere $(1 + \alpha)N$ restricciones.

El número total de coeficientes de la matriz será $(4 + \alpha)(1 + \alpha)N^2$ aunque una gran parte de ellos son nulos. Concretamente, las restricciones geométricas cuentan solamente con $4 \cdot N$ coeficientes no nulos (cuatro coeficientes correspondientes a cada línea en cuestión iguales a la unidad), mientras que las restricciones de presión mínima cuentan con $(4 \cdot P + 1)Q = (4 \cdot \beta \cdot N + 1)\alpha N$ coeficientes no nulos, contando con las variables de holgura. Así pues, el valor de la densidad de la matriz inicial de coeficientes será:

$$\rho_0 = \frac{4N + (4\beta N + 1)\alpha N}{N^2(1 + \alpha)(4 + \alpha)} = \frac{1}{N(1 + \alpha)} + \frac{4\alpha\beta}{(1 + \alpha)(4 + \alpha)}$$

y si el número de líneas es elevado, podemos considerar la densidad límite ρ :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \rho_0 = \rho_0^* = \frac{4\alpha\beta}{(1 + \alpha)(4 + \alpha)}$$

El máximo valor que puede llegar a adoptar la densidad ρ es del 40 % en el caso de que $\alpha = 1$ y $\beta = 1$, pero no existe ninguna disposición física de las líneas de una red ramificada que corresponda a tales valores. En la práctica es habitual encontrar que, como citaba Labye, el número de restricciones de presión sea del orden de $N/3$ y por tanto $\alpha = 0.33$. En cuanto al número promedio de líneas en los trayectos S_k podemos considerar un valor de $N/5$, o lo que es lo mismo $\beta = 0.2$ y con estos valores obtenemos una densidad $\rho = 0.0462$ (4.62 %). La densidad real ρ_0 es ligeramente superior a ρ en una magnitud de $1/N(1 + \alpha)$, dependiendo del número de líneas N; así

por ejemplo, en una red con $N=50$ la densidad real es 6'12 %, con $N=100$ es 5'37 % y con $N=250$ es 4'92 %.

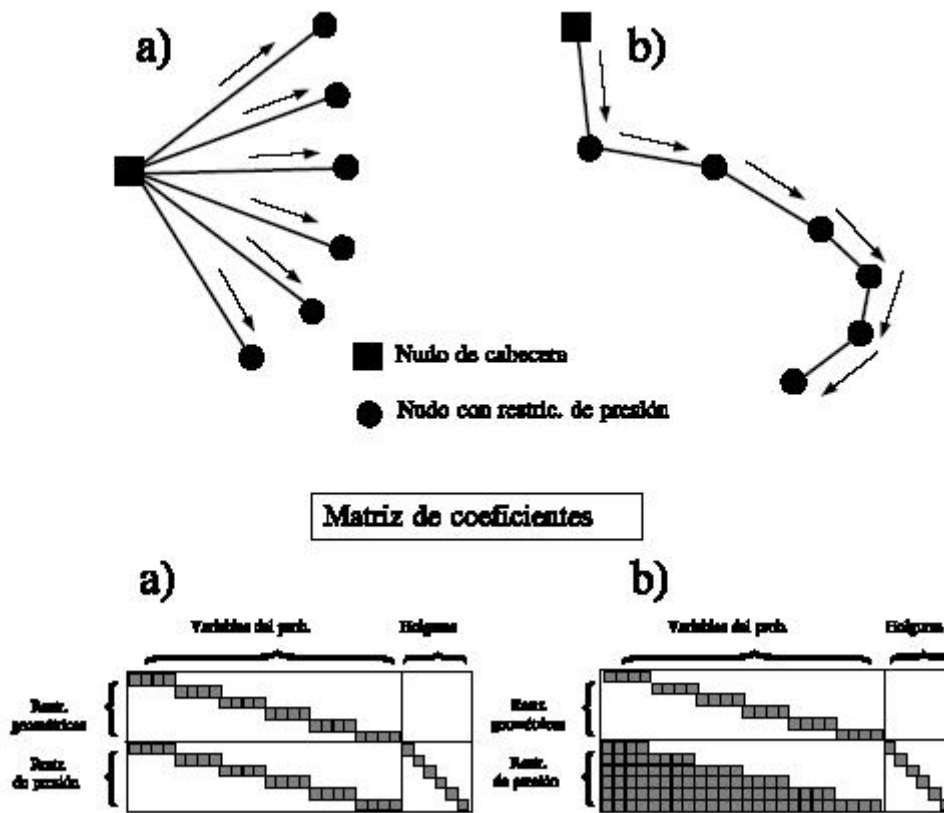


Figura 5.- Dos posibles disposiciones de una red ramificada.

Es interesante analizar la estructura de la matriz de coeficientes en el caso de dos disposiciones topológicas extremas, como las que muestra la Figura 5. El caso a) consiste en una red ramificada con N líneas, partiendo todas ellas del nudo de cabecera, y con restricción de presión mínima en sus nudos extremos; el caso b) consiste en un conjunto de N líneas dispuestas en serie, con restricciones de presión mínima en todos los nudos excepto el de cabecera. Para ambos casos, el número de coeficientes no nulos en las restricciones geométricas es el mismo (e igual a $4 \cdot N$). En la red del caso a) sólo interviene una línea en cada restricción de presión, de modo que en cada una de ellas sólo aparecerán 5 coeficientes no nulos.

Así pues, para el caso a) tendremos un total de $5 \cdot N$ variables, con $2 \cdot N$ restricciones, de modo que la matriz de coeficientes tiene un tamaño de $10 \cdot N^2$, el mismo que para el caso b) (la zona sombreada de las matrices indica la presencia de coeficientes no nulos).

En el caso a) el número de coeficientes no nulos será $4 \cdot N + 5 \cdot N = 9 \cdot N$; sin embargo, en el caso b) el número de coeficientes no nulos en las restricciones de presión mínima es diferente: en la restricción del nudo extremo intervienen todas las líneas, de modo que cuenta con $4 \cdot N + 1$ coeficientes no nulos; la restricción de presión en el nudo anterior en sentido aguas arriba contará

con $4(N-1)+1$ coeficientes no nulos y así sucesivamente hasta el primer nudo antes de la cabecera, cuya restricción cuenta con **5** coeficientes no nulos.

El número de coeficientes no nulos en las restricciones de presión será:

$$\sum_{i=1}^N (4i + 1) = 4 \sum_{i=1}^N i + N = 2N^2 + 3N$$

Las densidades iniciales de la matriz de coeficientes en uno y otro caso será pues:

$$\rho_0 (\text{caso a}) = \frac{9N}{10N^2} = \frac{9}{10N}$$

$$\rho_0 (\text{caso b}) = \frac{2N^2 + 7N}{10N^2} = 0'2 + \frac{7}{10N}$$

En función del número de líneas N de la red, las densidades ρ_0 pasan a ser:

	Número de líneas			
	N=50	N=100	N=250	N=1000
ρ_0 (Caso a)	1'8 %	0'9 %	0'36 %	0'09 %
ρ_0 (Caso b)	21'40 %	21'70 %	20'28 %	20'07 %

Tabla.- Densidades ρ_0 de la matriz de coeficientes.

Como se comprueba en la tabla anterior, con una topología en estrella como la del caso a), la densidad de la matriz de coeficientes es cada vez menor cuando crece el número de líneas (en el límite llegaría a ser nula), mientras que la configuración de líneas en serie del caso b) da lugar a una densidad decreciente con el número de líneas, aunque en el límite adoptaría un valor del 20 %. En la práctica se presentará usualmente un caso mixto, pero por comparación con los casos analizados es posible tener una idea de la densidad que podemos esperar.

Podemos constatar la conveniencia de utilizar un esquema de almacenamiento compactado para la matriz de coeficientes, pero con todo, necesitamos contar con un almacenamiento simultáneo de un gran número de datos.

CONCURRENCIA DEL ALGORITMO SIMPLEX CON EL CONCEPTO DE PENDIENTE ECONÓMICA

En el procedimiento que implica el algoritmo SIMPLEX aparece de nuevo el concepto de pendiente económica, en este caso como coeficiente de coste reducido de las variables nulas que no pertenecen a la SBF actual.

Su interpretación es que un determinado diámetro desaparecerá de la base actual y entrará otro (más pequeño y económico) en su lugar, concretamente aquel que presente el valor más grande (en términos absolutos) de la pendiente económica. La longitud que puede llegar a adquirir el nuevo diámetro dependerá de la holgura de presión que exista en los nudos situados aguas abajo.

CONCLUSIONES

A modo de conclusión, hemos pretendido establecer el paralelismo entre el Método Discontinuo de Labye, el modelo de Programación Lineal y el uso del concepto de Pendiente económica, constatando que este último es el que puede conseguir proporcionar el mismo resultado óptimo que los anteriores pero con mucho menor coste computacional, en términos de tiempo y de memoria.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo se ha realizado gracias al proyecto de investigación titulado “SIBA: Aplicación de técnicas de minería de datos en la planificación, operación, mantenimiento y gestión de sistemas de abastecimiento de agua” (referencia DPI 2004-04330), financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España.

BIBLIOGRAFÍA

- Alperovits, E. y Shamir, U. (1977), "*Design of Optimal Water Distribution Systems*", Water Resources Research, Vol. 13, 6 (Diciembre), pp. 885-900.
- Bartels, R.H. y Golub, G.H. (1969), "*The Simplex Method of Linear Programming Using LU Decomposition*", Communication ACM, 12, pp. 266-268.
- Beale, E.M.L. (1988), Introduction to Optimization, Ed. John Wiley & Sons, Chichester (Reino Unido).
- Berthome, P., Bourguine, P., Ezerzer, M. y Penadille, Y. (1987) "*Contribution a l'Optimisation Economique des Reseaux Arborescents de Transport de l'Eau. Dimensionnement d'un Organe Hydraulique*", La Houille Blanche, N° 3, pp. 205-214.
- Bhave, P.R. (1979), "*Selecting Pipe Sizes in Network Optimization by Linear Programming*". Journal of the Hydraulics Division (ASCE), Vol. 105, HY7, pp. 1019-25.
- Calhoun, C.A. (1970), "*Optimization of Pipe Systems by Linear Programming*", Proc. on Control Flow in Closed Conduits, Ed. J.P. Tullis, Colorado State Univ. Fort Collins CO (EEUU), pp. 175-192.
- Canales-Ruiz, R. (1980), "*Optimal Design of Gravity Flow Water Conduits*", Journal of the Hydraulics Division (ASCE), Vol. 106, HY9 Septiembre, pp. 1489-1502.
- Ciarlet, P.G. (1982), Introduction à l'Analyse Numérique Matricielle et à l'Optimisation, Ed. Masson, París (Francia).
- Forrest, J.J.H. y Tomlin, J.A. (1972), "*Updating Triangular Factors of the Basis to Maintain Sparsity in the Product Form of the Simplex Method*", Mathematical Programming, 2, pp. 263-278.
- Fujiwara, O. y Dey, D. (1987), "*Two Adjacent Pipe Diameters at the Optimal Solution in the Water Distribution Network Models*", Water Resources Research, Vol. 23, 8 (Agosto), pp. 1457-1460.
- Garton, J.E. (1960) "*Design of Irrigation Pipe Lines for Minimum Annual Cost*", Transactions of the ASAE (American Society of Agricultural Eng.), Vol. 3, 1, pp. 29-32.
- Granados, A (1990), Infraestructura de Regadíos. Redes Colectivas de Riego por Aspersión (2ª ed.), E.T.S.I.C.C.P., Madrid.

- Hillier y Lieberman (1990), Introduction to Operations Research (5ª ed.), McGraw-Hill,
- Karmeli, D., Gadish, Y. y Meyers, S. (1968), "*Design of Optimal Water Distribution Networks*", Journal of the Pipeline Division (ASCE), Vol. 94, PL1, pp. 1-10.
- Labye, Y. (1966), "*Etude des Procédés de Calcul Ayant Pour But de Rendre Minimal le Cout d'un Reseau de Distribution d'Eau Sous Presion*", La Houille Blanche, N° 5 (Mayo), pp. 577-583.
- Nazareth, J.L. (1986), "*Implementation Aids for Optimization Algorithms that Solve Sequences of Linear Programs*", ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 12, 4 (Diciembre), pp. 307-323.
- Pérez, R; Izquierdo, J.; Díaz, J.L.; Iglesias, P. (2003) "*Técnicas de diseño de redes*". Capítulo de "Curso de Ingeniería Hidráulica en los abastecimientos de agua", Ed. GMMF-UPV, Valencia, España.
- Pérez, R; López P., G.; Díaz, J.L.; Fuertes, V. (2004) "*Diseño de redes de distribución a partir de la selección del árbol óptimo*". III SEREA - Seminario Hispano-Brasileño sobre Planificación, Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua, Valencia (España) 15 – 18 junio 2004.
- Pérez, R; Izquierdo, J.; López P., Iglesias, P. (2004) "*Soluciones exactas en el diseño óptimo de redes de distribución de agua*". III SEREA - Seminario Hispano-Brasileño sobre Planificación, Proyecto y Operación de Redes de Abastecimiento de Agua, Valencia (España) 15 – 18 junio 2004.
- Pérez (1993) Dimensionado óptimo de redes de distribución considerando los elementos de regulación. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Octubre.
- Pleban, S. y Amir, I. (1981), "*An Interactive Computerized Aid for the Design of Branching Irrigation Networks*", Transactions of the ASAE (American Society of Agricultural Eng.), Vol. 24, 2, pp. 358-361.
- Pooch, U.W. y Nieder, A. (1973) "*A Survey of Indexing Techniques for Sparse Matrix*", Computing Surveys, Vol. 5, 2, Junio, pp. 109-133.
- Robinson, R.B. y Austin, T.A. (1976), "*Cost Optimization of rural water systems*", Journal of the Hydraulics Division (ASCE), Vol. 102, HY8, pp. 1119-34.
- Tomlin, J.A. (1972), "*Pivoting for Size and Sparsity in Linear Programming Inversion Routines*", del libro Sparse Matrices and Their Applications, ed. Rose, D.J. y Willoughby, R.A., Plenum Press, Nueva York (EEUU).

